

MODELANDO UMA COREOGRAFIA: UM OLHAR PARA O PENSAMENTO ALGÉBRICO À LUZ DA TEORIA DA OBJETIVAÇÃO

*MODELING A CHOREOGRAPHY: A LOOK AT ALGEBRAICAL THOUGHT IN THE
LIGHT OF OBJECTIVE THEORY*

DOI: <https://doi.org/10.24979/ambiente.vi.1659>

Gabrielly Giovana Pereira Senes Alfonso

Professora de Matemática formada no curso de Licenciatura em Ciências Exatas com habilitação em Matemática, pela Universidade Federal do Paraná Campus avançado de Jandaia do Sul. Mestre em Educação Matemática pelo Programa de Pós Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, pela Universidade Estadual de Maringá.
Secretaria de Estado da Educação do Paraná – SEED;
gabriellysenes@gmail.com
<https://orcid.org/0009-0007-2712-2357>

Lilian Akemi Kato

Doutora em Educação para a Ciência e a Matemática pela Universidade Estadual de Maringá - UEM - (2017), Mestra em Educação para a Ciência e a Matemática, na mesma instituição e Licenciada em Matemática pela Faculdade Estadual de Ciências e Letras de Campo Mourão (atual UNESPAR/ campus de Campo Mourão) (2011). É professora na Universidade Federal do Paraná - UFPR - campus avançado de Jandaia do Sul, desde 2015 e vinculada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências, Educação Matemática e Tecnologias Educativas - PPGECEMTE, na UFPR - Palotina. Atua na área de Educação Matemática, com interesse em Modelagem Matemática, Teoria Social da Aprendizagem e formação de professores em Comunidades de Prática. É membro do Grupo Interdisciplinar de Estudos e Pesquisas em Modelagem na Educação Matemática - GIEMEM (UEM) e do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática - GPEM (UFPR). Coordena/atua (n)o projeto de extensão ÁGORA/UFPR, do qual participam professores da Educação Básica, do ensino superior e estudantes da formação inicial em Matemática, desde o ano de 2020. É vice-coordenadora do curso de Licenciatura em Ciências Exatas (Matemática, Física e Química) da UFPR/Jandaia (2024-2026).
Universidade Estadual de Maringá - UEM;
lilianakemikato@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0001-8770-3873>

Bárbara Cândido Braz

Graduada em Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (1992), mestre em Matemática pela Universidade de São Paulo (1996), doutora em Matemática Aplicada pela Universidade Estadual de Campinas (2004) e pós-doutorado em Educação Matemática pela UNESP - Rio Claro (2015). Atualmente é professora associada da Universidade Estadual de Maringá atuando como docente no Departamento de Matemática e no Programa de Pós Graduação em Educação para a Ciência e Matemática. Na UEM também exerceu os cargos administrativos de: chefe Adjunta do Departamento de Matemática de julho/2008 a junho/2012; coordenadora do curso de Matemática de julho/2012 a junho/2014, coordenadora do PROINTE: Programa de Integração Estudantil da UEM de março/2015 a setembro/2020 e diretora do Centro de Ciências Exatas da UEM de outubro/2020 a setembro/2024. É líder do grupo de pesquisa GIEMEM - Grupo Interdisciplinar de Estudos em Modelagem na Educação Matemática onde orienta dissertações e teses com foco na modelagem na Educação Matemática além de referenciais da Didática Francesa, Teoria Social da Aprendizagem, Aprendizagem Significativa e Formação de Professores.
Universidade Federal do Paraná – UFPR;
barbarabraz@ufpr.br
<https://orcid.org/0000-0003-2280-3261>

Resumo: Essa pesquisa teve como objetivo investigar indícios das formas de pensamento algébrico, identificadas segundo distintos meios semióticos de objetivação, expressos por estudantes no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática. Analisamos os registros produzidos num 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública paranaense, durante uma atividade de Modelagem, com o tema cantiga de roda. Nos pautamos na Teoria da Objetivação como aporte teórico e metodológico e assumimos que o pensamento é multimodal, isto é, possui uma parte ideacional, que corresponde a imaginação e a fala interior, e uma parte material, referente aos gestos e outras manifestações observáveis. Esses elementos são denominados meios semióticos de objetivação e para identificá-los foi necessário gravar em vídeo as ações e falas dos estudantes durante a atividade, a fim de captar falas e movimentos condizentes com as formas de pensamento algébrico. A Modelagem foi assumida como método de ensino em que os estudantes constroem modelos matemáticos, que são representações do mundo real por meio da linguagem matemática. Os resultados obtidos apontam coerência entre os elementos semióticos identificados e as formas de pensamento algébrico: factual, contextual e padrão, o que reverbera o potencial da Modelagem para o desenvolvimento de diferentes formas de pensamento algébrico.

Palavras-chave: Anos Finais do Ensino Fundamental, Cantiga de Roda, Generalização de Padrões, Atividade de Modelagem Matemática.

Abstract: This research aimed to search into evidence of algebraic thought forms that were identified according to different semiotic means of objectification, which were expressed by students in the development of a Mathematical Modeling activity. To do so, we analyzed the records produced by students from an 8th year of Elementary Education of a public school in Paraná, during a Modeling activity, with the theme nursery rhyme. With this objective we were guided by the Theory of Objectification as a theoretical and methodological contribution and we assume that thought is multimodal, that is, it has a perceptual part, which corresponds to imagination and inner speech, and a material part, referring to gestures, movements, among other observable manifestations. These elements are called semiotic means of objectification and to identify them it was necessary to record on video the actions and speeches of the students during the activity, in order to capture speech and movements consistent with algebraic thought forms. Modeling was adopted as a teaching method in which students build mathematical models, which are representations of the real world through mathematical language. The results suggest coherence between the identified semiotic elements and the forms of algebraic thought: factual, contextual and symbolic generalization, which reflects the potential of Modeling for the development of different forms of algebraic thought.

Keywords: Final years of Elementary Education; nursery rhyme, generalization of patterns, Mathematical Modeling activity.

INTRODUÇÃO

Este texto, decorrente de uma pesquisa de mestrado, apresenta discussões provenientes de uma investigação que teve como objetivo central investigar indícios das

formas de pensamento algébrico, identificadas segundo distintos meios semióticos de objetivação, que foram expressos por estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática, à luz da Teoria da Objetivação (TO). Para subsidiar as discussões recorreremos a registros de um dos grupos do 8º ano, que desenvolveu a atividade, denominada aqui por Grupo 1. Os registros e os relatos das ações desses estudantes durante o desenvolvimento da atividade envolvendo coreografias para cantigas de roda, foram analisados segundo os distintos meios semióticos de objetivação, consoante com as formas de pensamento algébrico.

Extrapolando a concepção de pensamento algébrico que o considera, essencialmente, como manipulação de incógnitas e variáveis, nos pautamos em Radford (2006, 2010, 2015, 2020) que entende o pensamento algébrico como um saber matemático que pode ser visto como “uma forma complexa de reflexão mediada pelos sentidos, pelo corpo, sinais e artefatos” (Radford, 2010, p. 15, tradução nossa). Sendo assim, amparados em Radford (2006), assumimos que pensar é uma atividade social multimodal, ou seja, pode ser mobilizada de diferentes formas. Por exemplo, um sujeito pode expressar o pensamento algébrico, sem necessariamente construir um modelo simbólico, utilizando equações e simbologias alfanuméricas, mas sim generalizar um fenômeno por meio de gestos e movimentos. Nesta perspectiva, assumimos que o desenvolvimento do pensamento algébrico não se associa, puramente, à manipulação de incógnitas, mas sim às diversas maneiras pelas quais esse tipo de pensamento se torna, de algum modo, manipulável.

Norteados por essa concepção pautamo-nos na Teoria da objetivação (TO), conforme proposto por Radford (2020), em que a objetivação se refere ao processo pelo qual os conceitos matemáticos abstratos são externalizados e tornam-se objetos manipuláveis e perceptíveis. Isso ocorre por meio de diferentes sistemas semióticos, como gestos, palavras, símbolos matemáticos, desenhos, entre outros. Segundo o pesquisador, a objetivação é essencial para a compreensão e manipulação de conceitos abstratos, pois permite que eles sejam relacionados às experiências concretas e perceptíveis (Radford, 2020).

Nesse contexto, do ponto de vista da organização do trabalho pedagógico, faz-se necessário pensar em possibilidades de alternativas metodológicas consoante à concepção, ora assumida. Faz-se necessário, portanto, planejar ambientes de

aprendizagem que possibilitem aos estudantes e ao professor, a manifestação e a construção do saber por meio do compartilhamento e debate de ideias, por meio da manifestação das diferentes habilidades dos sujeitos. Sendo assim, encontramos na Modelagem Matemática, na perspectiva da Educação Matemática, um caminho profícuo.

Para Biembengut (2019), a Modelagem Matemática é um processo de construção de significados, no qual os estudantes interagem com o mundo, identificam problemas, formulam questões, constroem modelos, realizam experimentações, analisam resultados e comunicam conclusões. Esse método de ensino é permeado por aspectos sociais, culturais e históricos, refletindo a visão de que a Matemática é uma atividade humana, sujeita a influências contextuais e passível de múltiplas interpretações (Biembengut, 2019).

Ao desenvolverem atividades de Modelagem Matemática, os estudantes constroem modelos matemáticos, que segundo Biembengut (2019) é mais do que uma representação abstrata ou uma equação, utilizada para descrever um fenômeno específico. O modelo matemático, para Biembengut (2019) é visto como um instrumento dinâmico e interativo que estabelece uma conexão entre a matemática e o mundo real.

Além disso, nessa concepção, o modelo é uma ferramenta que permite ao estudante explorar, interpretar e compreender aspectos do mundo que o cerca, além de possibilitar a previsão e a análise de situações complexas. Considerando, então, esse contexto do desenvolvimento do pensamento algébrico amparado pela TO, por meio da Modelagem Matemática como método de ensino, nas próximas seções apresentamos o nosso referencial teórico, procedimentos metodológicos análises, reflexões finais e referências utilizadas nessa pesquisa. A seguir destaca-se no referencial teórico os elementos principais que envolvem a TO e as principais características das formas de pensamento algébrico que está fundamentada nessa teoria.

A TEORIA DA OBJETIVAÇÃO: (re)significando alguns conceitos

A TO foi desenvolvida a partir do ano de 1990 e tem como princípios a história, a antropologia e a epistemologia do saber. Ela tem sua essência fundamentada na

dialética de Hegel, no materialismo dialético de Karl Marx e nos estudos de Vygotsky sobre o pensamento, entre outros (Radford, 2020); ademais, considera os contextos sociais, culturais e históricos e suas demandas. Além disso, a TO “é baseada na ideia fundamental de que aprender é conhecer e tornar-se. Em outras palavras, a aprendizagem não pode ser limitada ao eixo do conhecimento, mas também deve abordar o eixo do ser: o eixo dos sujeitos.” (Radford, 2017b, p.97, tradução nossa).

Além disso, para a TO alguns conceitos são (re)significados, por exemplo, o saber é compreendido como uma potencialidade, sendo que, a palavra potencialidade mencionada para explicar o termo saber, é expresso de acordo com a percepção de Aristóteles, isto é, tem sentido de ação, domínio ou disposição (Morey, 2020). Por outro lado, o saber, precisa se materializar por meio de um processo de atualização. Essa atualização do saber é o que Radford (2013) define como conhecimento. Em outras palavras, o conhecimento é conceituado como a materialização ou progressão do saber. Mas afinal, o que significa um saber ser materializado, de acordo com a TO? Segundo a TO, ser materializado quer dizer “ser transformado em algo real, tangível, inteligível; que pode ser percebido, notado ou sentido” (Morey, 2020, p. 61).

Sendo assim, podemos entender que, em sua forma de existir, o saber é uma forma imaterial, intangível, impalpável; não é possível olhar, tocar, manusear o saber. Por outro lado, a forma cognoscível, perceptível do saber é o que a TO nomeia como conhecimento; o conhecimento é visto como a atualização ou materialização do saber (D’Amore; Radford; Bagni, 2017). No entanto, essa materialização do saber é “mediada pelo trabalho conjunto; assim, trabalho conjunto é o processo pelo qual o saber é materializado em conhecimento” (Silva, 2019, p.39).

No que se refere ao processo ensino-aprendizagem, a atualização do saber (S) em conhecimento (C) é um processo dinâmico que se dá por meio do trabalho conjunto (atividade humana). Nesse processo, ressaltamos que o saber (S) se ressignifica e pode progredir em um novo saber (S’) (Gomes, 2020). Essa movimentação dinâmica do conhecimento como uma atualização do saber é um dos principais pilares para compreender nossa estrutura investigativa, uma vez que também temos a intenção de fazer com que o saber do pensamento algébrico se atualize em conhecimento do pensamento algébrico, e isso só é possível de acontecer se houver um labor conjunto.

Para a TO o labor, no sentido ontológico, significa alteridade, troca, encontrar-se com o outro, que me transforma nesse encontro, pois “[...] somos feitos tanto de sangue e ossos, como de história e relações sociais e culturais.” (Radford, 2014, p. 138, tradução nossa). Nesta perspectiva, consideramos então que para a TO o [...] principal princípio é o de labor ou trabalho no sentido materialista dialético. É através do labor que encontramos o outro e o mundo em suas dimensões conceituais e materiais. É por meio do labor que encontramos os sistemas de ideias de cultura: sistemas de ideias científicas, legais, artísticas etc. É também através do labor que encontramos formas culturais de ser. (Radford, 2014, p. 137-138, tradução nossa).

Para a TO, o labor conjunto possui um significado muito específico, representando uma forma de vida, uma energia que os indivíduos dedicam ao trabalharem juntos para resolver problemas comuns. É nesse labor conjunto que professores e estudantes se envolvem, engajam e dispõem de energia para resolver os problemas de forma coletiva. Dentro dessa dinâmica, professores e alunos se transformam, demonstrando preocupação e solidariedade uns com os outros para atender à necessidade de resolver um problema proposto (Plaça, 2021). Portanto, a compreensão acerca do labor conjunto está intimamente relacionada com o processo de objetivação, que “pressupõe entender o saber como potência, posto em movimento e materializado por meio dessa atividade humana conjunta” (Paiva, 2019, p. 30).

O PENSAMENTO ALGÉBRICO NA PERSPECTIVA DA TEORIA DA OBJETIVAÇÃO: um pensamento multimodal

Para iniciar essa seção cabe-nos destacar que alguns autores, como Coelho e Aguiar (2018), afirmam não haver concordância entre os pesquisadores acerca de uma definição do que seja o pensamento algébrico. Para Vergel (2014) essa falta de consenso acontece porque a Álgebra possui uma pluralidade de temáticas (padrões, funções, sistemas, equações etc.), além de que, os distintos entendimentos para essa forma de pensamento se respaldam em várias teorias. Nesse artigo assumimos, mediante o referencial apresentado, que o pensamento algébrico consiste num saber matemático, um saber que “poderá ser materializado no decorrer de uma atividade” (Silva; Almeida, 2021, p. 24).

Ademais, esse pensamento ainda pode ser visto como “uma forma complexa de reflexão mediada pelos sentidos, pelo corpo, sinais e artefatos” (Radford, 2010, p.15, tradução nossa), isto é, podemos compreender que o pensamento algébrico é multimodal, e se concretiza na atividade por meio da utilização dos nossos sentidos, corpos, movimentos, sinais, gestos, escritas e falas, de modo que, consigamos representar esses fenômenos refletidos de maneira generalizada utilizando uma ou algumas dessas formas.

Como mencionado anteriormente, segundo a TO, o pensamento é considerado multimodal, composto por diversos elementos, tais como gestos, movimentos, palavras escritas, desenhos, artefatos, entre outros. Esses elementos formam a parte material do pensamento, enquanto a imaginação e a fala interior constituem a parte ideacional.

Radford (2003) denomina, os vários elementos que compõem a parte material do pensamento, por de meios semióticos de objetivação. Eles são empregados pelos indivíduos em “processos de criação de significado social para alcançar uma forma estável de consciência, para tornar aparentes suas intenções e realizar suas ações, com o intuito de atingir o objetivo de suas atividades” (Radford, 2003, p. 41, tradução nossa). Isto significa que o pensamento algébrico não precisa, unicamente, ser reduzido a símbolos alfanuméricos ou utilização de incógnitas, por exemplo, o aluno pode realizar determinados movimentos com seu corpo, que expressam a representação de uma forma de pensamento algébrico para um determinado contexto.

Seguindo essa teoria, sobre os diferentes meios semióticos de objetivação do pensamento algébrico, Radford (2009) categorizou o pensamento algébrico em três formas distintas: i) Pensamento algébrico factual, caracterizada por elementos que indicam que a indeterminação é trabalhada implicitamente; os principais meios semióticos de objetivação são: gestos, movimentos, ritmos, atividade perceptiva e; a expressão de números específicos; ii) Pensamento algébrico contextual, em que fica evidente o contexto no qual a fórmula foi construída; nele, a indeterminação é trabalhada explicitamente e; os principais meios semióticos de objetivação são: frases-chave que emergem por meio da fala e da escrita; iii) Pensamento algébrico padrão, que consiste na utilização do simbolismo alfanumérico de maneira simbólica e operação com a sintaxe alfanumérica; a indeterminação é trabalhada explicitamente e; o principal meio semiótico de objetivação é o simbolismo alfanumérico.

Diante da subjetividade e não delimitação exatas entre as três formas de pensamento algébrico, o que as distingue uma da outra são os “níveis de generalidade que os alunos operam, e o que distingue esses níveis são os meios semióticos que os estudantes utilizam para tornar aparente as maneiras de trabalhar com os problemas de generalização” (Silva; Almeida, 2021, p. 25).

Nesse contexto, Radford (2018a) argumenta que a utilização da representação algébrica não é expressa somente por um simbolismo alfanumérico, mas também abarca os gestos, a linguagem, os movimentos, as palavras, o ritmo, ou todo meio semiótico que o aluno se aproprie para significar ou representar uma generalidade.

À luz desse referencial teórico, buscamos investigar essas formas de pensamento algébrico (factual, contextual e padrão) expressos por estudantes do 8º ano do Ensino Fundamental no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática.

MODELAGEM MATEMÁTICA COMO MÉTODO DE ENSINO

Para desenvolvermos uma atividade que estivesse consonante com a teoria que ampara nossa pesquisa, encontramos no campo da Modelagem na Educação Matemática, um caminho condizente com nossos objetivos e idealizações. Com raízes na Matemática Aplicada, a Modelagem Matemática encontra na Educação Matemática, algumas concepções, que apresentam distinções, tanto no que se refere à sua compreensão quanto, conseqüentemente, aos encaminhamentos didáticos utilizados para ensinar matemática na sala de aula. Para fins desta investigação, assumimos a concepção de Biembengut (1997; 2004; 2014; 2019), que a assume como um método para solucionar alguma situação-problema ou para compreender um fenômeno utilizando-se de alguma teoria matemática que possibilite representar e, principalmente, descrever a situação, elaborar uma resposta ou solução plausível, uma previsão (Biembengut, 2014, p. 18).

Para Biembengut (2014), a Modelagem Matemática é um método de ensino que possibilita aos estudantes desenvolver habilidades fundamentais, como a capacidade de abstração, a criatividade e o pensamento crítico. Nessa concepção, a Modelagem Matemática não se resume apenas a resolver problemas matemáticos, mas sim a identificar problemas do mundo real, formulá-los matematicamente, encontrar soluções

e interpretar os resultados. Para a autora, algumas etapas, semelhantes a procedimentos seguidos numa pesquisa científica, são adotadas:

- 1ª fase - Percepção e apreensão: nesta etapa, ocorre a identificação e definição do problema, juntamente com o processo de familiarização com o tema a ser modelado, que eventualmente se transformará em um referencial teórico.
- 2ª fase - Compreensão e explicitação: após a interação com o tema, procede-se à formulação do problema, à elaboração de perguntas e à apresentação de hipóteses. Realiza-se, então, a construção do modelo e a resolução do problema.
- 3ª fase - Significação e expressão: realiza-se a interpretação da solução obtida, envolvendo uma avaliação do modelo para verificar sua validade, bem como a explicitação do processo e do resultado alcançado.

Para Biembengut (2014, p. 25) existe uma dinâmica entre essas fases, que as mantém em constante movimento de idas e vindas entre elas, seja para aprimorar a compreensão ou reiniciar o processo. E, esse procedimento é essencial para o refinamento dos conceitos e das ações dos estudantes.

Importante destacar que as atividades de Modelagem Matemática norteadas segundo a concepção de Biembengut (1997, 2004, 2014, 2019), privilegiam a obtenção de um modelo matemático que explique o fenômeno estudado. Para a autora esse modelo matemático não se limita, unicamente, a uma representação abstrata ou uma equação que descreve um fenômeno específico, estendendo para a compreensão de modelo como um instrumento dinâmico e interativo, no qual se estabelece uma conexão entre a matemática e o mundo real.

Com base nesses referenciais, a condução da atividade iniciou explorando um tema conhecido pelos estudantes, partindo de uma situação específica, formulando questionamentos relacionados ao tema, de forma a conquistar o interesse da turma para analisarem a situação proposta, por meio da Matemática e, ao final socializarem os modelos obtidos com os demais colegas.

Durante esse desenvolvimento a abordagem da Modelagem Matemática e da TO apresentaram-se como referenciais adequados para promover interação entre os sujeitos e os objetos matemáticos. Desse modo, a Modelagem Matemática, segundo Biembengut (2014, 2019), pode ser vista como uma forma de objetivação, ou seja, como um processo no qual os sujeitos transformam suas percepções e experiências em modelos

matemáticos, utilizando diferentes meios semióticos. Essa abordagem ressalta a importância de considerar não apenas os aspectos técnicos da Modelagem Matemática, mas também os aspectos sociais e culturais envolvidos no processo.

Na próxima seção, descreveremos a metodologia de nossa pesquisa, abordando os diferentes momentos do labor conjunto realizado, sua estrutura e a atividade empregada neste estudo. Além disso, discutiremos a gravação de todos os momentos da atividade e a metodologia de análise adotada.

PERCURSO TEÓRICO METODOLÓGICO DA INVESTIGAÇÃO

O estudo aqui apresentado se deu segundo uma abordagem qualitativa de pesquisa. Nesse sentido, enfatizamos os métodos de descrição do desenvolvimento do estudo, embasados nos pressupostos teóricos adotados. Reconhecemos a influência subjetiva na pesquisa e buscamos interpretações compreensivas para a questão formulada, sem priorizar a quantificação dos resultados (Bogdan; Biklen, 1994).

Para investigar as formas de pensamento algébrico, pautadas nos distintos meios semióticos de objetivação, partimos do entendimento de atividade (labor conjunto) conforme descrito pela TO, que é definida como um "sistema dinâmico orientado para a satisfação das necessidades coletivas" (Radford, 2020, p. 23, tradução nossa).

Nesse contexto, professor e estudantes trabalham em busca da realização de um objetivo comum, de modo que o processo de ensino-aprendizagem não é visto como atividades separadas, nas quais o estudante realiza uma e o professor outra. Ambos trabalham juntos, com um objetivo comum. Há uma responsabilidade compartilhada na realização do labor conjunto, e cada participante desempenha um papel que garante a inclusão de todos e o respeito às opiniões alheias.

Esse artigo é um recorte de uma dissertação de mestrado desenvolvida em 2024. A pesquisa foi apreciada e aprovada pelo conselho de ética da universidade ao qual esteve vinculada e com registro na plataforma Brasil sob parecer consubstanciado de número 6189158. Os dados aqui descritos são de um dos grupos de estudantes que foram sujeitos da pesquisa, que chamaremos de Grupo 1, no qual as estudantes serão nomeadas de Helisa, Emanuele, Letícia, Lídia, Natália, Sophia e Cecília. Ademais, podemos ressaltar que o labor conjunto desse estudo se dividiu em 4 momentos: 1º

momento: Apresentação e proposta da atividade pela professora; 2º momento: Os estudantes foram divididos em pequenos grupos em busca de resolver a situação problema (no caso desse artigo, nosso alvo de estudo é apenas um desses grupos); 3º momento: Trabalho colaborativo entre professora e estudantes; 4º momento: Discussão geral.

A atividade que foi desenvolvida com as estudantes foi intitulada “Quem dança seus males espanta” e teve como questão norteadora: “*Como você registraria os movimentos e gestos utilizados para criar uma coreografia de uma cantiga de roda?*”. O grupo de estudantes escolheu a cantiga Pirulito que bate-bate.

A atividade desenvolvida é caracterizada pela Modelagem Matemática segundo a concepção assumida, pelo seu propósito em solucionar uma situação-problema buscando compreendê-la situação utilizando uma teoria matemática, nesse caso, conceitos atrelados à álgebra. Para evidenciarmos quais formas e como as estudantes manifestaram o desenvolvimento do pensamento algébrico, utilizamos como constituição de dados as gravações de todos os momentos da atividade e a solução da situação-problema elaborada pelo grupo.

Em seguida, procedemos com a descrição, interpretação e categorização desses dados. As gravações, tanto em áudio quanto em vídeo, são fundamentadas na natureza do pensamento algébrico, que, na perspectiva da TO, é multimodal, envolvendo tanto sua parte material (gestos, atividades perceptivas, entre outros) quanto ideacional (imaginação e fala interior). Para a análise dos dados, que serão apresentados e esclarecidos na próxima seção, utilizamos a metodologia de análise multimodal, que se refere a um estudo refinado das gravações de vídeo, dando atenção aos gestos, atividades perceptivas, movimentos, frases chave, linguagens e outros meios semióticos que os estudantes utilizaram para tornar aparente suas ideias (RADFORD, 2018).

QUEM DANÇA SEUS MALES ESPANTA: descrição e análise dos dados

A atividade de Modelagem aqui descrita e analisada é parte de uma atividade mais abrangente, e optamos por discutir uma das suas etapas neste texto. Na primeira etapa, a professora propôs aos estudantes uma dança coreografada, da cantiga de roda Sambalelê, no qual os passos e movimentos ela mesmo criou, em seguida, os estudantes

foram divididos em grupos menores, receberam uma folha com vários signos no qual deveriam organizar a sequência de passos que eles dançaram. Na segunda etapa da atividade, os estudantes ainda em grupos deveriam escolher uma cantiga de roda com o objetivo de criar suas próprias sequências de movimentos e as registrar de alguma forma. Posteriormente, cada grupo deveria passar seu registro para outro grupo, com a intenção de que o grupo que recebeu o registro conseguisse interpretá-lo e dançar a coreografia.

Esta descrição e análise pertence a um desses grupos, aqui denominado por Grupo 1, que desenvolveu essa segunda etapa da atividade escolhendo a cantiga de roda Pirulito que bate-bate a fim de responder a seguinte pergunta: *Como você registraria os movimentos e gestos utilizados para criar uma coreografia de uma cantiga de roda?* Após decidirem que abordariam a cantiga mencionada, as estudantes procuraram ouvi-la em grupo, analisando sua melodia. Nesse momento, as estudantes estão percorrendo a 1ª fase da Modelagem Matemática proposta por Biembengut (2014, 2019), denominada de percepção e apreensão, pois estão em busca de familiarizarem com o tema que será modelado.

Em seguida, após a familiarização, as estudantes discutiram sobre quais gestos utilizariam para compor a coreografia. Posteriormente, refletiram sobre como poderiam registrar esses movimentos de forma escrita, e desta maneira, começaram o levantamento de hipóteses. Essa etapa corresponde à 2ª fase da Modelagem Matemática denominada compreensão explicitação. É nessa etapa que ocorre a elaboração das perguntas, o levantamento de hipóteses, a construção do modelo matemático e a resolução do problema proposto. A seguir apresentamos um excerto de como foi a discussão entre as estudantes nesse momento.

Helisa: Vamos fazer assim, a gente coloca, por exemplo, um número e coloca o que tem que fazer e depois coloca a ordem dos números.

Lídia: Vamos girar os braços em pirulito que bate.

Letícia: Mas tem que bater palma no bate. ((Todas as estudantes começam a dançar a fim de criar a coreografia)).

Nesse excerto, juntamente com os gestos realizados durante as falas, é evidenciado indícios do desenvolvimento do pensamento algébrico contextual, pois as estudantes estavam pensando em utilizar sentenças explicativas ao invés de gestos para

esclarecer qual é a sequência de passos da coreografia criada. Ou seja, querem sintetizar de forma escrita suas representações.

A estudante Helisa já estava preocupada em registrar os movimentos que faziam para não os esquecer.

Helisa: Então vamos por aqui ó, 1 (...), isso aqui é o quê? ((mostrando o movimento de girar os braços)).

Natália: Roda e palma.

Emanuele: Pergunta para a professora.

Helisa: Professora, como é girar o braço?

Professora: Como vocês quiserem registrar, desde que na hora que o outro grupo pegar o registro consiga entender e dançar a sequência que vocês criaram.

Nesse excerto, evidenciamos indícios da forma de pensamento algébrico factual, pois as estudantes utilizam dos gestos para explicar a sequência que desejam criar, sendo assim, o principal meio semiótico de objetivação foi o gesto.

As estudantes também se indagam sobre o que elas deveriam registrar, se era a letra ou o ritmo quando a letra começava a ser cantada.

Lídia: Mas tem o toque da música antes.

Helisa: Mas eles vão dançar só o que nós colocar aqui, eles não vão ter a música para ouvir, eles vão ter só nosso papel.

[...]

Lídia: Não tem que ir no ritmo da mulher cantando, tem que ir no ritmo do toquinho.

Helisa: É verdade, porque se for seguir a mulher cantando vamos bater 4 palmas, e se for no toquinho vai ser 2 palmas.

Lídia: Vocês gostaram da coreografia assim?

Todas: Sim!

Helisa: Então vamos colocar no papel.

Figura 1 – Estudantes dançando a sequência de passos criada por elas.



Fonte: Alfonso, 2024, p. 81.

Helisa: Eu vou pôr em ordem depois, porque não é só uma palma, é duas, então vou por daí o número 3 que vai ser do “quem gosta de mim é ela”.

Lídia: Mas como vai ser esse quem gosta de mim é ela?

Helisa: Pode ser bater na mesa.
Lídia: É, temos de seguir o ritmo da música.
Helisa: Mas é muito difícil.
Lídia: Não é não, eles vão conseguir entender. ((Todas dançam juntas novamente os passos criados))
Lídia: Isso, mão direita na mesa, mão esquerda na mesa e aponta para frente.
Lídia: Nós podíamos desenhar a mãozinha né?

O momento registrado pela Figura 1 e a discussão anterior evidenciam indícios de pensamento algébrico factual. Radford (2010) aponta que pensar de maneira factual não é fácil, pois exige técnicas, organização, discursos e coordenação para ser desenvolvida, e é isso que as estudantes fazem, para tentar elaborar uma sequência de passos para a parte da cantiga "quem gosta de mim é ela", ou seja, elas precisaram de organização, coordenação e técnica para conseguir realizá-la.

Além disso, a maneira como a estudante quer representar esse movimento é por meio de um desenho, ou seja, está na camada factual.

Já nas discussões seguintes, após amplo debate, o pensamento algébrico contextual, no qual o espaço da indeterminação começa a se tornar explícito, começa a emergir. A estudante começa a fazer a troca dos gestos e dos movimentos por sentenças explicativas como Vergel (2015b) indica ser uma ação necessária para este tipo de pensamento algébrico.

No excerto a seguir, por exemplo, identificamos, pela fala da estudante Helisa, indícios do desenvolvimento do pensamento algébrico em sua forma contextual, haja vista que em sua escrita e fala, está sendo capaz de estabelecer uma lei geral para elaborar um código para a cantiga escolhida. Após decidirem os passos da cantiga, o grupo começou a registrar na folha, dizendo que usariam uma sequência numérica para representar a coreografia da dança. Sendo assim, iniciou-se o processo de formulação do modelo matemático para representar a situação proposta. Entendemos como modelos matemáticos desde a sequência de passos da coreografia criada até o registro escrito dessa síntese registrada de modo escrito.

Helisa: Tá vendo que eu enumerei? 1, 2, 3, 4, 5 e 6? Agora a gente vai por aqui ó, a ordem, entendeu?
Helisa: Pirulito que bate bate, então vou pôr assim ó, 1 – 2 – 2. E depois é de novo, repete, 1 – 2 – 2.
Cecília: Coloca assim ó, 2 vezes, 2 *xis*, e daí esse *xis* vai ser a palma.
Helisa: Acho que daí complica.
Lídia: Eles não vão entender, como vai saber que vai girar o braço?
((referindo aos passos))

Helisa: Ué, eles vão olhar que primeiro é o 1, aí vai olhar que o 1 é girar o braço, aí depois é o 2 que é a palma ...

Neste momento também conseguimos perceber indícios da forma de pensamento algébrico padrão, destacado no trecho em *itálico*, do excerto, da fala da estudante Cecília, pois a estudante introduz uma linguagem simbólica algébrica para expor seu pensamento. Além disso, percebemos que a estudante corrobora com o que Radford (2018b) destaca, dizendo que a introdução dessa maneira de pensar, ao invés de ser um meio de cálculo abstrato, essas fórmulas com simbolismo alfanumérico, são basicamente explicações concretas dos fenômenos considerados. Sendo assim, a fala da estudante, expressa uma explicação de como é possível generalizar uma determinada sequência de passos utilizando a linguagem alfanumérica. A seguir, apresentamos o registro da folha de resposta do Grupo 1.

Figura 2 – Registro produzido pelo Grupo 1

The image shows a student's handwritten work for the activity 'PIRULITO QUE BATE BATE'. On the left, there are six numbered steps in circles: 1. GIRAR O BRAÇO, 2. PALMA, 3. BATER A MÃO DIREITA NA MESA, 4. BATER A MÃO ESQUERDA NA MESA, 5. APOIAR PARA CRENTE COM AS 2 MÃOS, 6. APOIAR PARA VOCE COM AS 2 MÃOS. Below these is the sequence: 1-2-2-1-2-2-3-4-5-3-4-5-6. On the right, a table titled 'LETRA DA CANÇÃO PIRULITO QUE BATE BATE' lists lyrics and their corresponding numbers.

LETRA DA CANÇÃO PIRULITO QUE BATE BATE	
Pirulito	1
Que bate, bate	2-2
Pirulito	1
Que já bateu	2-2
Quem gosta de mim	3-4
É ela	5
Quem gosta	3-4
Dela	5
Sou eu	6

Fonte: Alfonso, 2024, p. 83.

Fundamentado no referencial apresentado por Radford (2009) identificamos no diálogo anterior, expresso no registro da Figura 2, que a indeterminação se tornou parte do discurso explícito dessas estudantes, além disso, conseguimos perceber que em sua fala e escrita, a estudante Helisa está sendo capaz de estabelecer uma lei geral para criar os passos da cantiga, e por isso, conseguimos evidenciar indícios de desenvolvimento do pensamento algébrico contextual. Ademais, é válido ressaltar que esse Grupo 1 realizou a atividade por meio de um trabalho conjunto (Radford, 2015), valorizando as ideias de todas e discutindo entre elas e com a professora em todo o decorrer da atividade em busca de um mesmo objetivo, resolver a situação proposta.

Em seguida, as estudantes percorreram a 3ª fase da Modelagem Matemática proposta por Biembengut (2014, 2019) denominada de significação e apreensão. Nessa

fase as estudantes juntamente com a professora realizaram a interpretação da solução obtida, ou seja, foi realizado uma avaliação do modelo fim de verificar se o modelo matemático era suscetível a leitura e reprodução de outras pessoas.

Nesse caso, o modelo foi validado no contexto de nossa atividade, bem como a explicitação do processo e do resultado alcançado, como foi realizado quando outras pessoas conseguiram dançar a cantiga de roda por meio do registro do Grupo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS: um olhar global para a atividade

Para um olhar global sobre a atividade consideramos necessário recordar o objetivo da investigação apresentada neste texto, que consistiu em investigar indícios das formas de pensamento algébrico, identificadas segundo distintos meios semióticos de objetivação, que foram expressos por estudantes no desenvolvimento de uma atividade de Modelagem Matemática. De acordo com o referencial adotado, o pensamento é multimodal, ou seja, pode ser entendido por meio de diversas maneiras, envolvendo aspectos materiais (como gestos, ritmos, desenhos, fala oral e escrita, entre outros) e aspectos ideacionais (como imaginação e fala interior). Isso indica que o pensamento algébrico, na visão da TO, não se restringe apenas ao uso de símbolos alfanuméricos para representar variáveis (Silva, 2021). Desta maneira, olhando para a atividade desenvolvida, buscamos a partir dos dados constituídos pelas estudantes do Grupo 1, discutir aspectos condizentes com nosso objetivo de pesquisa, cuja reflexão faz-se necessária nesse momento.

Identificamos nos dados constituídos a manifestação das três formas de pensamento algébrico: factual, contextual e padrão. Então, podemos dizer que o pensamento algébrico, que é histórico-cultural, foi materializado pelos estudantes, e sendo assim, nesse momento esse saber passa a ser nomeado de conhecimento, que é particular, singular, de acordo com Radford (2017b). Vale ainda ressaltar que, esse saber foi materializado de diferentes formas e utilizando de diferentes meios semióticos, como conseguimos verificar no decorrer de toda descrição da atividade. Em tempo, podemos notar que as formas de pensamento factual e contextual foram mais evidenciadas nessa atividade. Pensamos ser devido a característica da atividade, que não demandou, obrigatoriamente, uma linguagem padrão para sua resolução.

Além disso, outra justificativa plausível é o que Radford (2010) destaca, dizendo que os estudantes, após encontrarem uma regularidade – em nosso caso, as sequências de passos de uma cantiga de roda–, focam apenas nessa regularidade para responder aos problemas e acabam por não considerar outras relações, que também são importantes, na exploração da atividade. Além disso, por conta da característica dessa atividade, podemos perceber que o uso de gestos, ritmos e atividades perceptivas foi fundamental. Arriscamo-nos a dizer que o uso desses elementos da parte material, principalmente, possibilitou alcançar nosso objetivo de pesquisa, e por isso, acreditamos que ficou mais evidente o desenvolvimento da forma factual nas estudantes. Em consonância com Radford, pensamos que por ser uma atividade musical

o uso explícito de ritmo, gestos e dêiticos linguísticos pelo professor, seguido mais tarde pelos alunos, abre novas possibilidades para os estudantes usarem formas culturais eficientes e evoluídas de generalização matemática, que podem ser aplicadas em outras sequências com formas diferentes (Radford, 2012, p. 127).

Sendo assim, destacamos a relevância de propor atividades diversificadas, realizadas por meio de um trabalho conjunto, que estão presentes no contexto de nossos estudantes, que envolvem temas que eles se interessam como, por exemplo, a música.

Sobretudo, as análises desenvolvidas, indicaram que o caráter da atividade proposta, de Modelagem Matemática, favoreceu o desenvolvimento e manifestação das formas de pensamento algébrico, indicadas por Radford, na medida em que: a Modelagem Matemática como método de ensino para ensinar matemática, oportunizou o desenvolvimento de habilidades, como a capacidade de abstração que é uma das habilidades fundamentais para o desenvolvimento do pensamento algébrico; enfatizou o desenvolvimento de ações e registros para além dos escritos em sua forma simbólica, que incentivaram a construção de sequências e a percepção de regularidades numa situação não essencialmente matemática; fez uso de imagens e símbolos familiares aos estudantes, que se mostraram cativados a utilizar estes mesmos e outros símbolos para representar regularidades percebidas e/ou construídas por eles mesmos; favoreceu o desenvolvimento de um trabalho conjunto, mobilizando ações como discussões entre estudantes e a professora, valorizando as contribuições de todos de forma colaborativa.

E, portanto, podemos inferir que a Modelagem Matemática ofereceu condições favoráveis para o desenvolvimento do pensamento algébrico, uma vez que facilitou a

percepção de generalizações e sequências expressas de diferentes formas que não apenas a simbólica, de um modo mais dinâmico e que envolveu temas do interesse dos estudantes, fazendo com que os estudantes se interessassem mais pela atividade e trabalhassem conjuntamente.

Por outro lado, ressaltamos que foi possível perceber que as estudantes ao desenvolverem a atividade de Modelagem Matemática que envolveu conceitos e noções algébricas, não conseguiram obter uma generalização, ou seja, uma fórmula, de modo natural e ágil. Elas utilizaram seus próprios modos de expressar a situação problema, favorecendo formas de desenvolvimento do pensamento algébrico. Sendo assim, podemos destacar que só conseguimos olhar os dados dessa maneira pois o nosso referencial teórico do pensamento algébrico segundo a TO nos possibilitou isso, ou seja, olhar para o desenvolvimento algébrico dos estudantes não somente por meio de uma linguagem simbólica, mas em suas diferentes formas de manifestação, como foi o caso dessa atividade.

Ademais, foi possível notar que as estudantes não estavam acostumadas a utilizar uma simbologia para expressar uma incógnita, e que esse processo de generalização é um processo gradual, que exige do professor paciência e dedicação na orientação de seus estudantes.

Por fim, as análises sinalizam que o saber do pensamento algébrico foi materializado em conhecimento quando as estudantes, de forma conjunta e colaborativa, conseguiram desenvolver formas de pensar que atendessem a situação proposta, expressando esse conhecimento por meio de diversas representações semióticas.

REFERÊNCIAS

ALFONSO, G. G.P. S. **O desenvolvimento do pensamento algébrico em atividades de modelagem matemática à luz da teoria da objetivação**. Maringá, 2024. 152 f. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) - Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2024. Disponível em: <http://www.pcm.uem.br/dissertacao-tese/416>. Acesso em: 04 fev. 2025.

BIEMBENGUT, M. S. **Qualidade de Ensino de Matemática na Engenharia: uma proposta metodológica e curricular**. 1997. 175 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção e Sistemas), Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1997.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática: Mapeamento das Ações Pedagógicas dos Educadores de Matemática.** Tese de Pós - Doutorado, USP, São Paulo - SP, 2003.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática e Implicações no Ensino e na Aprendizagem de Matemática.** 2. ed. Blumenau: Edifurb, 2004.

BIEMBENGUT, M. S. 30 anos de modelagem matemática na educação brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria**, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 7-32, jul. 2009.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem no Ensino Fundamental.** Blumenau: Edifurb, 2014.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem na Educação Matemática e na Ciência.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental: ciências e Matemática.** São Paulo: Contexto, 2019.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos.** Porto: Porto Editora, 1994.

COELHO, F. U.; AGUIAR, Marcia. **A história da álgebra e o pensamento algébrico: correlações com o ensino.** Estudos Avançados, v. 32, p. 171-187, 2018.

D'AMORE, B.; RADFORD, L.; BAGNI, G. T. Obstáculos epistemológicos e perspectiva sociocultural da matemática. 2017. GOMES, L.P da S.; NORONHA, C. A. **Caracterização do pensamento algébrico na perspectiva da teoria da objetivação.** Teoria da objetivação: fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2020. MOREY, B. Abordagem semiótica na Teoria da Objetivação.

GOBARA, ST; RADFORD, L. **Teoria da Objetivação: Fundamentos e Aplicações para o Ensino e Aprendizagem de ciências e Matemática.** Livraria da Física: São Paulo, 2020.

PAIVA, J. P. A. A. **A Teoria da Objetivação e o desenvolvimento da orientação espacial no ensino-aprendizagem de geometria.** 2019.

PLAÇA, J. S. V. **O uso de Tecnologia Assistiva como artefato cultural no Atendimento Educacional Especializado para alunos cego ou com baixa visão.** 2020.

RADFORD, L. Gestures, Speech, and the Sprouting of Signs: a semiotic-cultural approach to students' types of generalization. **Mathematical Thinking And Learning**, [S.L.], v. 5, n. 1, p.37-70, jan. 2003.

RADFORD, L. Semiótica y educación matemática. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Special Issue on Semiotics, Culture and Mathematical Thinking**, 2006, p. 7-21.

RADFORD, L. **Signs, gestures, meanings**: algebraic thinking from a cultural semiotic perspective. In: CERME, 6., 2009, Lyon, França. Anais [...] . Lyon: INRP, 2009. p. 33 - 53.

RADFORD, L. **Algebraic thinking from a cultural semiotic perspective**. Research in Mathematics Education. v. 12, n. 1, 2010.

RADFORD, L. **Early algebraic thinking**: epistemological, semiotic, and developmental issues. ICME-12 Regular Lecture, Korea, p. 675-694, 2012.

RADFORD, L. **The Progressive Development of Early Embodied Algebraic Thinking**. Math Ed Res J, 2013. Disponível em:. Acesso em: 20 abr. 2023.

RADFORD, L. De la Teoría de la Objetivación. In: **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, 7(2), 2014, p. 132-150. Disponível em:. Acesso em: 10 abr. 2022.

RADFORD, L. **Methodological Aspects of the Theory of Objectification**. Perspectivas em Educação Matemática, v. 8, 2015.

RADFORD, L. Saber y conocimiento desde la perspectiva de la Teoría de la Objetivación. In: D'AMORE, B.; RADFORD, L. (Orgs.). **Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas**: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos. Bogotá: Editorial UD, 2017a, p. 97-114.

RADFORD, L. Aprendizaje desde la perspectiva de la Teoría de la Objetivación. In: D'AMORE, B.; RADFORD, L. (Orgs.). **Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas**: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos. Bogotá: Editorial UD, 2017b, p. 115-136.

RADFORD, L. The emergence of symbolic algebraic thinking in primary school. In: KIERAN, Carolyn (Org.), **Teaching and learning algebraic thinking with 5 to 12 years olds**: The global evolution of an emerging field of research and practice. New York, 2018a, p. 3-25.

RADFORD, L. Saber e conhecimento. Notas de aula 3. Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), 2018b, texto inédito.

RADFORD, L. Un recorrido a través de la teoría de la objetivación. In: GOBARA, S.; T.; RADFORD, L. (Orgs.). **Teoria da Objetivação**: Fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática. São Paulo, Brazil: Livraria da Física, 2020, p. 15-42.

SILVA, J. G. da. **O pensamento algébrico sob a ótica da teoria da objetivação: uma análise a partir de episódios de trabalho conjunto no 5º ano do ensino fundamental.** 2019.

SILVA, R. M.; ALMEIDA, J. R. Os meios semióticos de objetivação e o pensamento algébrico: uma análise à luz da Teoria da Objetivação. **REMATEC**, v. 16, n. 39, p. 19-38, 2021.

VERGEL, R. **Formas de pensamiento algebraico temprano em alunos de cuarto y quinto grados de Educación Básica Primaria (9-10 años).** Tese de Doutorado. Universidad Distrital Francisco José Caldas. Bogotá, 2014. VERGEL, R. Generalização de padrões e formas de pensamento algébrico inicial. Pna, 2015b.