A PROPORCIONALIDADE NO CORPO HUMANO ABORDADA A PARTIR DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

PROPORTIONALITY IN THE HUMAN BODY APPROACHED FROM THE HISTORY OF MATHEMATICS

DOI: <https://doi.org/10.24979/ambiente.vi.1627>

Angélica Maria de Gasperi

Mestra pelo Programa de Pós- Graduação em Ensino de Ciências – PPGEC, Universidade Federal da Fronteira Sul - UFFS, campus Cerro Largo, Professora da rede pública estadual na Escola Estadual Santos Dumont, Rio Grande do Sul -RS, Brasil; angelicamariagasperi@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0003-0880-2860>

Rúbia Emmel

Doutora em Educação nas Ciências na Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul - UNIJUÍ, professora no IFFar, campus Santa Rosa, RS, Brasil, e professora do quadro permanente no PPGEC-UFFS, campus Cerro Largo, RS, Brasil; rubia.emmel@iffarroupilha.edu.br
<https://orcid.org/0000-0002-4701-8959>

Alexandre José Krul

Doutor em Educação nas Ciências na UNIJUÍ, professor no IFFar, campus Santa Rosa, RS, Brasil; alexandre.krul@iffarroupilha.edu.br
<https://orcid.org/0000-0003-3341-6566>

Resumo: Este estudo teve como objetivo analisar a importância da História da Matemática (HM) considerando a contação de história para o ensino, bem como identificar padrões matemáticos na anatomia humana por meio da proporcionalidade, possibilitando perceber a Matemática no cotidiano. A pesquisa caracteriza-se pela abordagem qualitativa, com a tipologia de pesquisa desenvolvida conjecturando os pressupostos da pesquisa-ação. Participaram das ações 284 estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental da Rede Pública Estadual e/ou Municipal de Ensino no município de Santa Rosa, RS. Por meio da oficina desenvolvida pelos licenciandos em Ciências Biológicas e em Matemática e professores formadores, com base em elementos historiográficos da sequência de Fibonacci, a Razão Áurea, a abordagem da HM e a utilização de recursos manipuláveis, os alunos identificaram padrões matemáticos ao investigar as medidas e a proporcionalidade presentes na anatomia humana. Eles também converteram as unidades de medidas de metros para centímetros, desenvolveram cálculos de divisão de números decimais de modo a determinar se a razão encontrada se aproximava de Razão Áurea. Portanto, foi possível perceber a importância da HM a partir da contação de histórias baseadas em elementos históricos como estímulo para os processos de ensino e de aprendizagem em Matemática e Ciências da Natureza.

Palavras-chave: Elementos históricos, Ensino em Matemática, Número de ouro.

Abstract: This study aimed to analyze the importance of the History of Mathematics (HM) considering story telling for teaching, as well as identifying mathematical patterns in human anatomy through proportionality, making it possible to perceive Mathematics in everyday life. The research is characterized by a qualitative approach, with the research typology developed conjecturing the assumptions of action research. 284 students in the Final Years of Elementary School from the State and/or Municipal Public Education Network in the city of Santa Rosa, RS, participated in the actions. Through the workshop developed by undergraduate students in Biological Sciences and Mathematics and teacher trainers, based on historiographical elements of the Fibonacci sequence, the Golden Ratio, the HM approach and the use of manipulable resources, the students identified mathematical patterns when investigating the measurements and proportionality present in human anatomy. They also converted measurement units from meters to centimeters, developed calculations for dividing decimal numbers in order to determine whether the ratio found was close to the Golden Ratio. Therefore, it was possible to perceive the importance of HM through the telling of stories based on historical elements as a stimulus for the teaching and learning processes in Mathematics and Natural Sciences.

Keywords: Historical elements, Teaching Mathematics, Golden number.

INTRODUÇÃO

Este estudo apresenta uma das atividades do projeto de extensão “Eureka! Como se faz Ciência?”, realizado pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Farroupilha (IFFar), Campus Santa Rosa, tendo a participação de professores e acadêmicos dos Cursos de Licenciatura em Matemática e Licenciatura em Ciências Biológicas. Foram ministradas oficinas com estudantes do Ensino Fundamental da Rede Pública Estadual e/ou Municipal de Ensino, no período de junho a dezembro de 2023.

A partir disso, no planejamento da oficina com a abordagem da História da Matemática (HM) intitulada “A Matemática no corpo humano” foi utilizado como problematização uma atividade de contação de história, entendida como uma metodologia ativa (Moran, 2018), com base em elementos historiográficos de Leonardo Fibonacci. Ao passo que ao cativar a atenção do ouvinte/vidente, transporta este para outros lugares e realidades, contribui para despertar a curiosidade, criticidade e a criatividade, independentemente da idade ou *status* econômico (Tahan, 1966), e deste modo pode ser um instrumento para o ensino e aprendizagem com significado, uma vez que estão envolvidos em um contexto (Moran, 2018).

Deste modo, é considerado neste estudo que o ensino e aprendizagem em Matemática e em Ciências Naturais pode ser facilitada com a abordagem de tópicos da HM a partir de narrativas de histórias (Rabello et al., 2019), bem como a importância da

utilização de material manipulável, facilitando a observação e análise na construção do conhecimento (Rêgo; Rêgo, 2006). Portanto, a prática docente teve como objetivo: analisar a importância da História da Matemática considerando a contação de história para o ensino, bem como identificar padrões matemáticos na anatomia humana por meio da proporcionalidade, possibilitando perceber a Matemática no cotidiano.

REFERENCIAL TEÓRICO

A HM é um tema complexo, pois possui inúmeras perspectivas historiográficas, mas, concordamos com D'Ambrosio (2013) ao propor o não enquadramento desta em concepções, pois causa sérias limitações. Deste modo, a que nos satisfaz é a compreensão desta a partir de um “enfoque teórico que considera a origem do pensamento matemático como estratégias desenvolvidas por comunidades para sua sobrevivência e transcendência” (D'Ambrosio, 2013, p. 8), uma vez que, destacam-se aspectos socioculturais e pedagógicos das comunidades, com base em historiografias e metodologias que dão ouvidos e visibilidade aos atores quando busca-se o entendimento da maneira como esses atores resolvem seus problemas.

Deste modo, o estudo do processo de construção do conhecimento matemático histórico por meio da HM no contexto do ensino da matemática como disciplina escolar pode auxiliar: na compreensão dos conteúdos matemáticos; a superar a visão fragmentada ou deformada do conhecimento; na interdisciplinaridade; a veicular a matemática como uma construção humana; motivar os estudantes e provocar reflexões sobre a prática pedagógica do professor. (Balestri, Cyrino, 2010). A partir disso, “é possível fazer uma história da matemática contextualizada, interessante e atrativa, evitando todas essas distorções. Contextualizar não quer dizer fazer um texto menos rigoroso, impreciso e “aliviado” de uma matemática correta”. (D'Ambrosio, 2013, p. 9).

Para tanto, a partir de estudos de elementos historiográficos que tratam da obra Liber Abaci de Bibonacci (Girelli Kill; Cesana, 2015; Guimarães Filho; Brandemberg, 2022) foi elaborado um teatro para introduzir os contextos da idade média, a importância do comércio e das contribuições de Fibonacci para a sequências numérica, Razão Áurea e número de ouro.

Leonardo de Pisa (1180–1250) foi um matemático italiano, “também denominado como Leonardo Pisano, Leonardo Bigollo ou Leonardo Fibonacci, no entanto, é

simplesmente mais conhecido por Fibonacci – que significa filho de Bonaccio” (Guimarães Filho; Brandemberg, 2022, p. 182). Neste contexto, o pai de Leonardo era um mercador italiano que desenvolvia negócios na região de norte da África o que poderia ter despertado o interesse de Fibonacci pelos cálculos Algébricos e Aritméticos, que foram além “das práticas comerciais de compra e venda de mercadorias, embora tenha sido uma de suas maiores influências.” (Guimarães Filho; Brandemberg, 2023, p. 3).

No século XIII Fibonacci obteve destaque a partir do “seu primeiro livro intitulado de *Liber Abaci*, por trazer inovações para o cenário europeu, como os algarismos indo-arábicos e o sistema posicional decimal dos indianos” (Guimarães Filho; Brandemberg, 2022, p. 182). A partir desta publicação temos questões relevantes que foram abordadas na oficina como a “reprodução de coelhos que gera uma sequência numérica” (Guimarães Filho; Brandemberg, 2022, p. 182). Ressaltamos que a sequência em questão é conhecida como Sequência de Fibonacci, e que o número de ouro aparece na razão de termos dessa sequência, mas não dá nome a ela.

Para a preparação da oficina, foi explorado a proporcionalidade no corpo humano através do estudo da sequência numérica de Fibonacci e a Razão Áurea. Segundo Souza (2013), Leonardo Fibonacci deixou contribuições para o estudo da Proporção Áurea, como na Sequência de Fibonacci (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21,...). Nesta sequência, o próximo termo é deduzido a partir da soma dos dois últimos termos antecessores. Para Boyer (1974, p. 186-187) a “razão entre os termos desta sequência converge para o número de ouro ou Razão Áurea”.

O número de ouro pode ser representado pela letra Φ (*Phi*) do alfabeto grego, em memória à Fídias (490-431 a.C.), escultor grego da estátua da deusa de Atenas e de Zeus, e também arquiteto do Parthenon, em Atenas (Zahn, 2011). O Phi foi associado a distintas formas de beleza na época, simbolizando a “proporção divina”, relação de Pitágoras ou ainda a “propriedade divina” de Fibonacci (Contador, 2007). "Esta proporção é de 1,0 para 1,618 que, em números inteiros, pode ser expressa como 3 para 5, 5 para 8" (p. 44-45), e assim gradualmente. A sequência consiste na mesma série/relação de Fibonacci. O número de ouro não é um racional. O número de ouro não é um número racional, logo, ele é aproximadamente 1,618... ou 0,618..., correspondendo à divisão ou multiplicação das proporções geométricas (Carrilho; Paula, 2007).

O famoso número de ouro também pode ser encontrado em diversos espaços do cotidiano, como na natureza, na anatomia humana, na arquitetura, em pinturas, ou em design (Brenner; Lübeck, 2016). Diante disso, é possível perceber que a Matemática está presente no dia a dia (*Idem*).

PERCURSO METODOLÓGICO

A tipologia da pesquisa foi desenvolvida conjecturando os pressupostos da pesquisa-ação pelo mergulho crítico/reflexivo que norteia a prática (Franco, 2005), deste modo investiga-se a contação de história com elementos historiográficos. Caracteriza-se pela abordagem qualitativa, em que foram efetuadas pesquisas bibliográficas em publicações que trazem a história de Leonardo Fibonacci e suas contribuições para a Matemática, e a contação de história como recurso didático para o ensino em Matemática e Ciências da Natureza.

Os participantes da oficina foram 284 estudantes dos Anos Finais do Ensino Fundamental da Rede Pública Estadual e/ou Municipal de Ensino no município de Santa Rosa, RS. Salientamos que os estudantes foram previamente alertados sobre essa exposição e, devidamente informados, puderam aderir ou não à oficina e à sua divulgação. Sendo assim, o estudo teve a aprovação no Certificado de Apresentação para a apreciação Ética (CAAE) de protocolo número: 77136724.3.0000.5564, com data de aprovação em 18 de março de 2024, e seguiu as diretrizes da Resolução nº 466/2012 do Conselho Nacional de Saúde.

Para o desenvolvimento da prática, os estudantes eram organizados em um semicírculo, onde recebiam a visita do famoso matemático Leonardo Fibonacci, interpretado por uma acadêmica. O objetivo era conversar com os alunos acerca das contribuições desta personalidade, enquanto de forma descontraída, o personagem tomava banho e cantarolava músicas italianas, cumprimentava os estudantes em língua materna. O personagem caracterizado italiano, trazia elementos historiográficos da HM, ao contar empolgado, como era a vida na idade média, a importância do comércio, as diferenças relacionadas ao uso de tecnologias, e todo o processo árduo da construção do conhecimento, que foi convertido em saberes matemáticos, como a sequência de Fibonacci.

Neste sentido, durante a oficina, o personagem Leonardo aproveitava para questionar aos alunos a respeito de conceitos matemáticos: “você sabem o que é uma sequência?”, geralmente eles estavam retraídos, então o italiano dizia “vá biene, você acabaram de me ver tomar banho, não é preciso vergonha”! Logo os alunos iam se soltando e trazendo os entendimentos a respeito das sequências. O personagem Leonardo conceituava a sequência como sendo matematicamente números que seguem uma determinada ordem, trazendo exemplos com o apoio de slides, explorando a lei de formação de modo a descobrir qualquer termo subsequente.

O italiano questionava aos alunos, para que juntos encontrassem a lei de formação da sequência dos números múltiplos de quatro. Alguns deles respondiam que esta sequência “vai crescendo de quatro em quatro”. Então era realizada uma construção coletiva de forma oral com a turma (0, 4, 8, ...). Posteriormente era retomada a sequência de Fibonacci e ele questionava aos estudantes, acerca da lei de formação. Quando os alunos não conseguiam compreender, Leonardo ajudava dizendo “para encontrarmos o próximo termo da minha sequência basta somar os dois últimos termos da mesma!”.

Então foram apresentados fatos curiosos acerca da sequência, como a razão entre dois termos consecutivos tende ao número de ouro ou razão Áurea (1,618...), mas é importante salientar que nunca será igual a ele (Contador, 2007), nesta perspectiva foi desenvolvido a demonstração com o cálculo, e quanto maior for os termos, mais aproximado será da Razão Áurea. Posteriormente os alunos foram convidados a ver um vídeo “Pato Donald e a Sequência de Fibonacci” que trazia mais da Matemática e a razão entre a base e a altura no retângulo de ouro no cotidiano. Após o vídeo foram realizados diálogos acerca da presença da Razão Áurea no dia a dia.

A partir desta introdução os alunos foram organizados em trios. Eles recebiam lápis, borracha, fita métrica e o quadro impresso para realizar os apontamentos das medidas e os cálculos. Então, o personagem Fibonacci demonstrava com a fita métrica como realizar as medidas do colega, com auxílio das demais acadêmicas, explicando como anotar considerando as unidades de medidas em cm ao invés do m, enfatizando o intuito da prática, que foi encontrar a razão áurea (1,618...) nas proporções das medidas da anatomia Humana.

Os grupos deveriam registrar em um quadro, armar e realizar as seguintes operações para encontrar aproximadamente a razão: i) Medir a altura e também a medida

do umbigo até o chão, e dividir a altura pela medida do umbigo até o chão e anotar¹, ii) Medir a medida do ombro à ponta do dedo e a medida do cotovelo à ponta do dedo, fazer a divisão e anotar, iii) Medir o comprimento da perna de seu par e dividir o tamanho encontrado pela altura do joelho, tomar nota. iv) Responder a duas questões abertas: Quais foram os valores encontrados? Estes valores estão dentro da razão áurea (1,6...)? Você acredita que esta razão determina a beleza? Argumente. Finalizando com um diálogo acerca da beleza singular de cada sujeito.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Durante a interação foi perceptível o encantamento dos estudantes com o personagem Leonardo, logo percebiam-se os olhares atentos, curiosos para saber o que iria se passar, as risadas, ao passo em que ele circulava entre os mesmos, olhando e interagindo com a turma. Desse modo, a HM pode ser um meio de potencializar as abordagens didáticas em sala aula, ao trabalhar com elementos históricos a partir da obra *Liber Abaci* de Fibonacci, “que envolve um matemático medieval, um curioso problema daqueles tempos e o estabelecimento de uma notável sequência numérica”. (Girelli Kill; Cesana, 2015, p. 65).

A abordagem da HM “ao mesmo tempo, assusta e fascina, gera desconfortos e insatisfações a ambos os lados, mas também conduz a novas alternativas, estimula criatividade e faz despertar capacidades para olhar um conhecimento milenar, que é a matemática” (Pereira, 2010, p. 16). Segundo o autor é na busca de elementos historiográficos que possam auxiliar a fundamentar os processos de ensino e de aprendizagem matemático.

O contexto oferecido pela HM aproxima os alunos dos objetivos de uma dada situação didática conduzida pelo professor, é o provedor adequado para a construção de narrativas, materializadas como um enredo para a apresentação de conceitos e problemas de matemática. (Girelli Kill; Cesana, 2015, p. 66). Deste modo, no decorrer da prática docente os alunos realizaram a medição do corpo dos colegas (Figura 1), houve dificuldade dos alunos em medir com a fita métrica, pois eles não tinham contato com este importante instrumento de medida, este que pode facilitar o entendimento das

¹ Medida da altura (MA); a medida do umbigo até o chão (MUC), e realizar a divisão onde MA é igual ao dividendo, MUC é o divisor e o quociente é aproximadamente o valor da razão Áurea. Logo, $MA \div MUC = \text{razão Áurea}$.

diferentes unidades, bem como sua conversão de metros (m) para centímetros (cm) e vice-versa

Figura 01- Os estudantes realizando as medições

Fonte: Autores (2024).

Os estudantes foram auxiliados para que conseguissem medir e registrar as medidas corretamente, e considerar a unidade de medida centímetros. Entende-se a importância de trazer práticas onde os alunos possam explorar e significar a Matemática aliada ao cotidiano, como a utilização de material concreto, ao passo que facilitam “a observação e análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico, é fundamental para o ensino experimental e é excelente para auxiliar o aluno na construção de seus conhecimentos” (Rêgo; Rêgo, 2006, p. 61).

Na prática da divisão dos números decimais, a maioria das turmas não conseguiu fazer os cálculos sem a utilização da calculadora, mas foram instigados ao desenvolvimento manualmente no papel (Figura 2). Neste sentido, perceberam-se muitas dificuldades, que foram desde a organização da conta de divisão, a tabuada, até o desenvolvimento do algoritmo em si, por exemplo: ao decorrer da conta o divisor é menor que o dividendo, os alunos não lembraram que precisavam acrescentar uma vírgula no

quociente e a partir de então poderiam acrescentar um zero do divisor sempre que necessário.

Figura 02- Quadro de medições desenvolvido por um dos grupos de estudantes

Fonte: Autores (2024).

Outra dificuldade observada foi a da conversão de metros para centímetros. Os estudantes precisaram de ajuda para lembrar que em 1 m tem 100 cm. Desta forma, se o aluno tinha 1,6 m de altura, significava que ele tinha 160 cm, e muitas vezes acontecia dos alunos não registrarem a unidade de medida, indispensável nesta problematização.

Posterior aos cálculos, os estudantes responderam duas questões abertas (Figura 2), acerca dos seus entendimentos das razões encontradas. Eles necessitavam analisar se os números encontrados correspondiam ou não a razão áurea, ou eram próximos desta razão. Aqui obtiveram-se inúmeras respostas, entre elas cerca de cinco (5) grupos no decorrer de toda a atividade encontraram, em algum momento, a Razão Áurea entre as medidas anatômicas (considerando duas casas decimais após a vírgula). Quando isso

acontecia os estudantes do grupo espalhavam para todos da sala o ocorrido, o momento era visto como um troféu ao grupo que encontrou, eles ficavam realmente muito satisfeitos.

Também é importante salientar, dado o quantitativo de estudantes, que não encontrava o número de ouro entre as proporções anatômicas, mas encontravam números próximos ao desejado. Neste sentido, o personagem Leonardo aproveitava para dizer que na razão entre as suas medidas não foi encontrado o número de ouro, mas números aproximados ao mesmo.

Posteriormente os alunos precisavam responder à questão dois (2), em que necessitavam refletir criticamente acerca da razão encontrada e os estereótipos de beleza presentes na sociedade atual. Deste modo, desde a antiguidade o conceito de beleza estava estritamente relacionado à ideia de harmonia, sendo que esta estava relacionada com o conceito de proporcionalidade que consiste no equilíbrio entre as partes de um todo (Contador, 2007). Os filósofos, artistas e arquitetos da época preocupavam-se em construir relações entre as medidas na busca de padrões que tornariam as obras harmônicas ou ainda, "agradável aos olhos". Uma das relações construídas naquela época e que resistiram ao tempo foi a conhecida Proporção Áurea (Carrilho; Paula, 2007), criada por Pitágoras.

Nesta questão obteve-se um quantitativo mais expressivo de respostas abordando a pluralidade de belezas que se tem em um país múltiplo (Figura 2). Neste sentido destacam-se algumas respostas "cada um é bonito do seu jeito", "somos todos diferentes e únicos", "óbvio que não, pois nós 2 somos bonitos, inteligentes e musculosos". Neste sentido, ainda se teve três respostas analíticas do ponto de vista matemático e do ponto de vista estético, como o que disse o aluno "matematicamente sim, mas visualmente não.", ou ainda "matematicamente falando não, porque não chegou no número correto. E porque cada um tem suas diferenças".

Em um quantitativo bem menos expressivo, mas existentes se teve respostas afirmativas para o número de ouro determinar a beleza, tais como: "Sim, pois a razão áurea existe em várias flores e animais marinhos", ou ainda "sim, pois a matemática não erra".

A partir da análise das respostas é possível perceber que o intuito da atividade foi compreendido pelos estudantes, ao passo que se explorou conhecimentos matemáticos

básicos de divisão com números decimais, conversão de unidades de medidas, comparação entre grandezas. Além disso, a oficina da HM propiciou fazer com que os alunos percebessem a Matemática no cotidiano, ou ainda atrelada a outras áreas do conhecimento como nas Artes, Ciências Naturais, é possível compreender esta linha de raciocínio, tendo em vista alguns relatos dos estudantes, como quando eles escrevem que a razão áurea está presente na natureza, assim de alguma forma a atividade possibilitou ampliar os olhares sobre a Matemática e a relação com o meio em que vivem.

Desse modo, a abordagem da HM propicia a interdisciplinaridade entre a Ciências da Natureza e a Matemática. Além disso, possibilita a aproximação dos alunos com a Matemática por meio dos conceitos de sequência de Fibonacci, Razão Áurea e Proporcionalidade ao estimular a criatividade e a percepção do processo de construção do conhecimento matemático ao longo da história humana. (Pereira, 2010; Balestri, Cyrino, 2010). A partir disso, os alunos conseguem perceber a matemática de uma forma contextualizada, de modo que consiga trazer mais significado para os conceitos abstratos. (D'Ambrosio, 2013).

A prática abordada a partir HM pode ter contribuído em discussões mais profundas na sociedade, explorados a partir do conhecimento da filosofia, através do poder de argumentação de ideias perante o grupo e pensar criticamente os ideais de beleza presentes na sociedade, estes massivamente vendidos pelas múltiplas plataformas digitais ou não, que estão muito presentes na nova geração, desde seus primeiros anos de vida, tornando a discussão ainda mais necessária.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo foi possível perceber a importância da HM a partir da contação de histórias baseadas em elementos históricos como estímulo ao ensino e a aprendizagem em Matemática e Ciências da Natureza. Deste modo os alunos conseguiram identificar padrões matemáticos ao investigar as medidas e a proporcionalidade presentes na anatomia humana. A partir das análises da atividade é possível perceber que os alunos identificaram/investigaram a Matemática no dia a dia, bem como convergir as unidades de medidas de metros para centímetros, desenvolver os cálculos (revisão de conceitos que geralmente se tem grande dificuldades de ensino e aprendizagem, como o desenvolvimento de divisão de números decimais e a convergência de unidades de

medidas) de modo a determinar se a razão entre as medidas encontradas se aproximava de Razão Áurea.

A partir da ação foi notório a curiosidade dos estudantes com o personagem Leonardo criado a partir da HM e durante a realização da prática das medidas no corpo de seus colegas, na tentativa de se chegar ao número de ouro. Portanto, esta parceria com algumas escolas do município, possibilitou momentos de aprendizagens desde o planejamento da oficina, durante a prática nas escolas, bem como as reflexões a partir delas, visando aprimoramento da mesma.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao CNPq e ao Instituto Federal Farroupilha pelo apoio ao projeto de extensão e às escolas parceiras pela oportunidade de realizar as oficinas.

REFERÊNCIAS

BALESTRI, R. D.; CYRINO, M. C. de C. T. A História da Matemática na Formação Inicial de Professores de Matemática. **ALEXANDRIA** Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, v. 3, n. 1, p. 103-120, maio 2010.

BRENNER, D. B.; LÜBECK, M. Razão Áurea: conexões com a natureza, o corpo humano, a pintura e a arquitetura. *In*: PARANÁ. Secretaria de Educação. **Os desafios da escola pública Paranaense na perspectiva do professor**. Curitiba: Governo do Estado do Paraná, 2016.

BOYER. C. B. **História da Matemática**; Tradução de Elza F. Gomide. Ed. da Universidade de São Paulo, 1974.

CARRILHO, E.V. P.; PAULA, A. Reabilitações Estéticas Complexas Baseadas na Proporção Áurea. **Revista Portuguesa de Estomatologia, Medicina Dentária e Cirurgia Maxilofacial**, v. 48, n.1, p. 43-53, 2007.

CONTADOR, P. R. M. **A Matemática na Arte e na Vida**. São Paulo: Livraria da Física, 2007.

D'AMBROSIO, U. Por que e Como Ensinar História da Matemática. **REMATEC**, Natal, v. 8, n.12, jan. jun. 2013.

FRANCO, M. A. S. Pedagogia da pesquisa-ação. **Educação e Pesquisa**. São Paulo, v. 31, n. 3, p. 483-502, set./dez. 2005.

GIRELLI KILL, T.; CESANA, A. A História da Matemática subsidiando contextos de abordagem para a resolução de problemas: O caso do “truque de Fibonacci”. **Revista**

História da Matemática para Professores, [S. l.], v. 2, n. 1, p. 65–72, 2015.
Disponível em: <https://rhmp.com.br/index.php/RHMP/article/view/19>. Acesso em: 29 out. 2024.

GUIMARÃES FILHO, J. dos S.; BRANDEMBERG, J. C. Liber Abaci: contexto, competências, habilidades e potencialidades. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 9, n. 26, p. 181–197, 2022. DOI: 10.30938/bocehm.v9i26.7969. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/7969>. Acesso em: 29 out. 2024.

INOVAÇÕES NA ARITMÉTICA COMERCIAL DA EUROPA DO SÉCULO XIII. **Anais...** Seminário Nacional de História da Matemática, [s. l.], v. 15, 2023. GUIMARÃES FILHO, J. dos S.; BRANDEMBERG, J. C. Disponível em: <https://snhm.com.br/anais/article/view/40>. Acesso em: 29 out. 2024.

MORAN, J. Metodologias Ativas para uma Aprendizagem mais Profunda. *In: Metodologia Ativa para uma Educação Inovadora: uma abordagem teórico-prática*, Orgs. BACICH, Lilian; MORAN, José. Porto Alegre, Penso, 2018, p. 1-25. **Pato Donald e a Sequência de Fibonacci**. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=XVLHX0ddtqo>. Acesso 24 de set 2022.

PEREIRA, L. H. F. **Os discursos sobre a matemática publicados na revista de Ensino do Rio Grande do Sul - (1951-1978)**, 2010. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010, 315 f.

RABELLO, *et al.* Ensino da Matemática por meio da contação de histórias. **Revista Brasileira de História, Educação e Matemática - HIPÁTIA**, v. 4, n. 2, p. 312-317, dez. 2019.

RÊGO, R. M.; RÊGO, R. G. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. *In: LORENZATO, S. (Org.). O laboratório de ensino de matemática na formação de professores*. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. p. 39-56.

SOUZA, A. R. **Razão Áurea e aplicações: Contribuições para a aprendizagem de proporcionalidade de alunos de 9º ano do Ensino Fundamental**. 2013. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2013.

TAHAN, M. **A arte de ler e contar histórias**. 5 ed. Rio de Janeiro: Conquista, 1966.

ZAHN, M. **Sequência de Fibonacci e o Número de Ouro**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2011.